《数学分析（自命题）》考试大纲

一、考试的总体要求

数学分析是一门具有公共性质的重要的数学基础课程，由分析基础、一元微分学和积分学、级数、多元微分学和积分学等部分组成。要求考生比较系统地理解数学分析的基本概念和基本理论，掌握数学分析的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试的内容（标注*号的章节内容只作了解要求）

1. 实数集与函数

（1）实数：实数的概念，实数的性质，绝对值不等式；

（2）数集、确界原理：区间与邻域，有界集与无界集，上确界与下确界，确界原理；

（3）函数概念：函数的定义，函数的表示法(解析法、列表法、和图象法)，函数的运算，分段函数；

（4）具有某些特征的函数：有界函数，单调函数，奇函数与偶函数，周期函数。

2. 数列极限

（1）数列极限的概念；

（2）收敛数列的性质：唯一性，有界性，保号性，单调性；

（3）数列极限存在的条件：单调有界准则，迫敛性法则，柯西准则。

（4）子列的概念及其与数列极限的关系；无穷小数列的概念及其与数列极限的关系。

3. 函数极限

（1）函数极限的概念，单侧极限的概念；

（2）函数极限的性质：唯一性，局部有界性，局部保号性，不等式性，迫敛性；

（3）函数极限存在的条件：归结原则（Heine 定理），柯西准则；

（4）两个重要极限；

（5）无穷小量与无穷大量，阶的比较。

4. 函数连续

（1）函数连续的概念：一点连续的定义，区间连续的定义，单侧连续的定义，间断点及其分类；

（2）连续函数的性质：局部性质及运算，闭区间上连续函数的性质（最大最小值性、有界性、介值性、一致连续性），复合函数的连续性，反函数的连续性*；

（3）初等函数的连续性。

5. 导数与微分

（1）导数概念：导数的定义、单侧导数、导函数、导数的几何意义；

（2）求导法则：导数公式、导数的运算(四则运算)、求导法则（反函数的求导法则，复合函数的求导法则，隐函数的求导

法则，参数方程的求导法则)；

（3）微分：微分的定义，微分的运算法则，微分的应用；

（4）函数可导与连续的关系，函数可导与可微的关系；

（5）高阶导数与高阶微分。

6. 微分学基本定理

（1）中值定理：罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理；

（2）几种特殊类型的不定式极限与罗必达法则；

（3）泰勒公式及在近似计算中的应用。

7. 导数的应用

（1）函数的单调性、极值与最值；

（2）函数的凹凸性与拐点。

8. 实数完备性定理及应用

（1）实数完备性六个等价定理：闭区间套定理、单调有界定理、柯西收敛准则、确界存在定理、聚点定理、有限覆盖定理；

（2）闭区间上连续函数整体性质的证明：有界性定理的证明，最大小值性定理的证明，介值性定理的证明，一致连续性定理的证明。

9. 不定积分

（1）不定积分概念；

（2）换元积分法与分部积分法；

（3）有理式积分法、简单无理式和三角有理式积分法。

10. 定积分

（1）定积分的概念：概念的引入、黎曼积分定义，函数可积的必要条件；

（2）可积性条件：可积的必要条件和充要条件，达布上和与达布下和，可积函数类(连续函数，只有有限个间断点的有界函数，单调函数)；

（3）微积分学基本定理：变限积分的定义与性质，牛顿-莱布尼兹公式；

（4）定积分的换元法和分部积分法；

（5）非正常积分（广义积分）：无穷积分收敛与发散的概念，审敛法（柯西准则，比较法，狄利克雷与阿贝尔判别法）；瑕积分的收敛与发散的概念，收敛判别法。

11. 定积分的应用

（1）定积分的几何应用：平面图形的面积，微元法，已知截面面积函数的立体体积，旋转体的体积平面曲线的弧长与微分，曲率；

（2）定积分在物理上的应用*：功、液体压力、引力。

12. 数项级数

（1）级数的敛散性：无穷级数收敛、发散、绝对收敛与条件收敛等概念，柯西准则，收敛级数的基本性质；

（2）正项级数：比较原理，达朗贝尔判别法，柯西判别法，积分判别法；

（3）一般项级数：交错级数与莱布尼兹判别法，绝对收敛级数与条件收敛级数及其性质，阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

13. 函数项级数

（1）一致收敛性及一致收敛判别法（柯西准则，优级数判别法，狄利克雷与阿贝尔判别法)；

（2）一致收敛的函数列与函数项级数的性质（连续性，可积性，可微性)。

14. 幂级数

（1）幂级数：阿贝尔定理，收敛半径与收敛区间，幂级数的一致收敛性，幂级数和函数的分析性质；

（2）几种常见初等函数的幂级数展开与泰勒定理。

15. 傅里叶级数

（1）傅里叶级数：三角函数与正交函数系，傅里叶级数与傅里叶系数，以 2π为周期函数的付里叶级数，收敛定理；

（2）以 2L 为周期的傅里叶级数；

（3）收敛定理的证明。

16. 多元函数极限与连续

（1）平面点集与多元函数的概念；

（2）二元函数的极限、累次极限；

（3）二元函数的连续性：二元函数的连续性概念、连续函数的局部性质及初等函数连续性；

（4）闭区域套定理，有限覆盖定理，多元连续函数的性质。

17. 多元函数的微分学

（1）可微性：偏导数的概念，偏导数的几何意义，偏导数与连续性；全微分概念；连续性与可微性，偏导数与可微性；

（2）多元复合函数微分法及求导公式；

（3）方向导数与梯度；

（4）泰勒定理；

（5）多元函数的极值与最值。

18. 隐函数定理及其应用

（1）隐函数：隐函数的概念，隐函数的定理，隐函数求导；

（2）隐函数组：隐函数组存在定理，反函数组与坐标变换，雅可比行列式，隐函数组求导；

（3）几何应用：平面曲线的切线与法线，空间曲线的切线与法平面，曲面的切平面和法线；条件极值：条件极值的概念，条件极值的必要条件。

19. 重积分

（1）二重积分的概念，可积条件，可积函数，二重积分的性质；

（2）二重积分的计算：化二重积分为累次积分，换元法（极坐标变换，一般变换）；

（3）含参变量的积分；

（4）三重积分计算：化三重积分为累次积分，换元法（一

般变换，柱面坐标变换，球坐标变换)；

（5）重积分的应用：立体体积，曲面的面积；物体的重心、转动惯量*；

（6）含参量非正常积分概念及其一致敛性：含参变量非正常积分及其一致收敛性概念，一致收敛的判别法(柯西准则，与函数项级数一致收敛性的关系，一致收敛的 M 判别法)，含参变量非正常积分的分析性质。

20. 曲线积分与曲面积分

（1）第一型曲线积分的概念、性质与计算，第一型曲面积分的概念、性质与计算；

（2）第二型曲线积分的概念、性质与计算，变力做功，两类曲线积分的联系；

（3）格林公式，曲线积分与路线的无关性, 全微分；

（4）第二型曲面积分概念及性质与计算，两类曲面积分的关系;

（5）高斯公式，斯托克斯公式，空间曲线积分与路径无关性。

三、考试题型

计算题和证明题。

四、考试形式及时间

考试形式为闭卷笔试，试卷总分值为 150 分，考试时间为三小时。

五、主要参考教材

《数学分析》(第五版)，华东师范大学数学科学学院编，上、下册，高等教育出版社，2019 年 5 月.