

《高等代数（自命题）》考试大纲

一、考试的总体要求

高等代数是大学数学专业本科学生的基础课程之一，也是大多数理工科专业学生的公共基础课。它的主要内容包括多项式、行列式、线性方程组、矩阵代数、二次型、线性空间和线性变换。要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试的内容

1. 多项式

- (1) 数域、有理数域、实数域和复数域等概念；
- (2) 一元多项式的概念及其计算；
- (3) 多项式的整除、因式、公因式、最大公因式、互素；
- (4) 用辗转相除法求最大公因式；
- (5) 不可约多项式，可约多项式，因式分解及唯一性定理；
- (6) 多项式函数，多项式的导数、重因式、单因式、根、重根、单根，多项式有重因式的判别方法，代数基本定理，实数域、复数域上多项式因式分解定理；
- (7) 求有理系数多项式的全部有理根。

2. 行列式

- (1) n 阶行列式的定义；
- (2) 行列式的性质与计算；

(3) 克莱姆法则。

3. 线性方程组

(1) n 维向量的定义，向量的数乘和加法运算；

(2) 向量组的线性组合、线性表示、线性相关、线性无关、等价、极大无关组、向量组的秩；

(3) 矩阵的秩；

(4) 线性方程组的消元法，齐次线性方程组有非零解的充要条件，非齐次线性方程组有解的充要条件；

(5) 齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念；

(6) 用行初等变换求线性方程组通解的方法。

4. 矩阵

(1) 矩阵的概念，矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算法则；

(2) 伴随矩阵，逆矩阵，矩阵可逆的充要条件；

(3) 矩阵的初等变换，矩阵等价，初等矩阵，用初等变换求逆矩阵；

(4) 矩阵分块概念，矩阵分块运算。

5. 二次型

(1) 二次型概念，二次型的矩阵表示；

(2) 二次型的标准形、规范形，用非退化线性替换（或配方法）求二次型的标准形，用合同变换法求二次型的标准形；

(3) 实二次型的惯性定理，正惯性指数、负惯性指数、符号差；

(4) 实二次型分类概念，各类二次型（正定、负定、半正

定、半负定、不定)的概念及判别方法。

6. 线性空间

- (1) 向量空间的概念, 线性空间的维数、基、坐标;
- (2) 基变换、坐标变换的公式, 过渡矩阵;
- (3) 线性子空间, 子空间的交与和, 维数公式;
- (4) 子空间直和, 判别直和的条件;
- (5) 线性空间同构, 有限维线性空间同构的充分必要条件。

7. 线性变换

- (1) 线性变换的定义, 线性变换的运算, 线性变换的矩阵;
- (2) 特征值、特征向量、特征子空间、特征多项式, **Hamilton-Caylay** 定理;
- (3) 线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件, 矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件;
- (4) 线性变换的核与值域, 线性变换的秩与零度;
- (5) 不变子空间, 线性变换的矩阵化简和不变子空间的内在联系, 复数域上线性空间的根子空间直和分解定理。

8. 欧几里得空间

- (1) 欧几里得空间的定义及其简单性质;
- (2) 标准正交基的概念, 用 **Schmidt** 方法求标准正交基;
- (3) 子空间的正交以及正交补;
- (4) 正交变换, 判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件, 正交矩阵、正交变换与正交矩阵的概念与联系;
- (5) 实对称矩阵的性质;
- (6) 对称变换, 对称变换与实对称矩阵的联系, 化对称矩

阵为对角阵的方法，正交变换法化实二次型为标准形；

三、考试题型

计算题和证明题。

四、考试形式及时间

考试形式为闭卷笔试，试卷总分为 150 分，考试时间为三小时。

五、主要参考教材

北京大学数学系前代数小组编，王萼芳，石生明修订.《高等代数》（第五版）.北京：高等教育出版社，2019 年 5 月.