《高等代数（自命题）》考试大纲

一、考试的总体要求

高等代数是大学数学专业本科学生的基础课程之一，也是大多数理工科专业学生的公共基础课。它的主要内容包括多项式、行列式、线性方程组、矩阵代数、二次型、线性空间和线性变换。要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试的内容

1. 多项式

（1）数域、有理数域、实数域和复数域等概念；

（2）一元多项式的概念及其计算；

（3）多项式的整除、因式、公因式、最大公因式、互素；

（4）用辗转相除法求最大公因式；

（5）不可约多项式，可约多项式，因式分解及唯一性定理；

（6）多项式函数，多项式的导数、重因式、单因式、根、重根、单根，多项式有重因式的判别方法，代数基本定理，实数域、复数域上多项式因式分解定理；

（7）求有理系数多项式的全部有理根。

2. 行列式

（1）n 阶行列式的定义；

（2）行列式的性质与计算；

（3）克莱姆法则。

3. 线性方程组

（1）n 维向量的定义，向量的数乘和加法运算；

（2）向量组的线性组合、线性表示、线性相关、线性无关、等价、极大无关组、向量组的秩；

（3）矩阵的秩；

（4）线性方程组的消元法，齐次线性方程组有非零解的充要条件，非齐次线性方程组有解的充要条件；

（5）齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念；

（6）用行初等变换求线性方程组通解的方法。

4. 矩阵

（1）矩阵的概念，矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算法则；

（2）伴随矩阵，逆矩阵，矩阵可逆的充要条件；

（3）矩阵的初等变换，矩阵等价，初等矩阵，用初等变换求逆矩阵；

（4）矩阵分块概念，矩阵分块运算。

5. 二次型

（1）二次型概念，二次型的矩阵表示；

（2）二次型的标准形、规范形，用非退化线性替换（或配方法）求二次型的标准形，用合同变换法求二次型的标准形；

（3）实二次型的惯性定理，正惯性指数、负惯性指数、符号差；

（4）实二次型分类概念，各类二次型（正定、负定、半正

定、半负定、不定）的概念及判别方法。

6. 线性空间

（1）向量空间的概念，线性空间的维数、基、坐标；

（2）基变换、坐标变换的公式，过渡矩阵；

（3）线性子空间，子空间的交与和，维数公式；

（4）子空间直和，判别直和的条件；

（5）线性空间同构，有限维线性空间同构的充分必要条件。

7. 线性变换

（1）线性变换的定义，线性变换的运算，线性变换的矩阵；

（2）特征值、特征向量、特征子空间、特征多项式，Hamilton-Caylay 定理；

（3）线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件，矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件；

（4）线性变换的核与值域，线性变换的秩与零度；

（5）不变子空间，线性变换的矩阵化简和不变子空间的内在联系，复数域上线性空间的根子空间直和分解定理。

8. 欧几里得空间

（1）欧几里得空间的定义及其简单性质；

（2）标准正交基的概念，用 Schmidt 方法求标准正交基；

（3）子空间的正交以及正交补；

（4）正交变换，判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件，正交矩阵、正交变换与正交矩阵的概念与联系；

（5）实对称矩阵的性质；

（6）对称变换，对称变换与实对称矩阵的联系，化对称矩

阵为对角阵的方法，正交变换法化实二次型为标准形；

三、考试题型

计算题和证明题。

四、考试形式及时间

考试形式为闭卷笔试，试卷总分值为150分，考试时间为三小时。

五、主要参考教材

北京大学数学系前代数小组编，王萼芳，石生明修订. 《高等代数》（第五版）. 北京：高等教育出版社，2019年5月.